素粒子の統一理論

―　スピノール対称性と質量の起源　―

河野　誠公　著

はしがき

クォークとレプトンを物質基本粒子として、それらと各種（ゲージ）ボソンとの３つの相互作用の内、電磁相互作用と弱い相互作用とを電弱（EW）ゲージ理論で統一的に記述し、強い相互作用を QCD ゲージ理論で記述する理論をまとめて標準模型（理論）とよばれる。この理論では、素粒子が本質的に保有すると考えられてきた質量が対称性の自発的破れにより２次的に得られた量として説明される。(Higgs 機構) しかし、この Higgs 機構だけでは、クォーク 3 世代の混合現象やニュートリノ振動は説明できないだけでなく、クォーク，レプトン 3 世代の各質量値の規則性が全く見当たらず説明できない。更に、もう１つの相互作用場であるアインシュタイン重力場は量子化が困難であるため、ゲージ理論として標準理論の枠組みに組み入れることができない。他方、重力相互作用を除く 3 つの相互作用の統一を試みる大統一理論（GUT）のエネルギースケール~10^{15} GeV、更に重力相互作用の統一が予想されるプランク・スケール~10^{19} GeV と電弱理論のエネルギースケール~10^{2} GeV との大きな階層性をいかに自然に維持できるかといった階層性問題があると考えられている。[1),2),11)]

本書では、宇宙創成期に宇宙膨張に従い、物質基本粒子と各種ボソンが真空である熱平衡状態から離脱し、4 次元宇宙空間に放出され各場を形成する過程を論じ、既知の全ての素粒子と 4 つの相互作用を統一的に記述する「素粒子の統一理論」を展開する。この統一理論により、標準理論の抱える未解決問題の多くに対し、一つの解もしくは解釈が与えられることを示す。

本書は２部構成とした。第 I 部では、標準理論が築かれるまでを概観し、抱える未解決問題を１つ１つ再確認しておく。先ず、第 1, 2 章では素粒子の運動方程式を記述する上で不可欠となる相対性原理より導かれるローレンツ変換、時空間のグローバルな対称性より導かれる自由場における運動方程式、及び各相互作用において現れる局所的対称性について復習する。第 3 章では、標準模型の核となる電弱（EW）理論を振り返る。第 4, 5 章では、クォーク模型に到る経緯とハドロンの構成を復習し、クォーク閉じ

込めの問題とハドロン質量の起源問題を確認する。第 6 章では、アインシュタイン重力場の導出までを振り返り、その量子化が困難とされる論拠を確認しておく。第 I 部最後の第 7 章では、標準理論の抱える未解決問題を文献(1),(2),(11)などを参考にまとめておく。

第Ⅱ部では、先に執筆した「標準モデルを超える新たな素粒子論」[15),16)]と「新たな宇宙創成」[12)]、「新たな量子重力理論と質量素荷」[21)] など[17),19)]を元に「素粒子の統一理論」を展開する。先ず、第 8 章では、n+1 個のヘリシティの組み合わせで表現される D =2(n+1)次元スピン空間の構造をもつ宇宙全ての元となる真空を考える。n+1 個の内 3 つのヘリシティを構成要素にもつ 4 次元時空間の膨張とその宇宙空間に解放される真空エネルギーの一部として既知の全ての素粒子が生成される宇宙の創成期を描く。第 9 章では、具体的に n = 0, 2, 4 においてそれぞれスカラー場、ベクトル場と計量場が、n = 1, 3, 5(4) において第 1, 2, 3 世代のクォーク，レプトンが 4 次元ローレンツ群の枠組の下でそれぞれ生成できることを示す。第 10 章では、各ボソン場と物質場のエネルギー密度に応じて、宇宙膨張に従い熱平衡状態にある真空から分離・離脱し各場を形成する過程を論じる。第 11 章では、9-4 節にて構成したグルーオン場によるカラー閉じ込めに対する新たな解釈を与える。第 12 章では、核子スピンの起源問題を取り上げ、9-3 節で構成した 3 世代クォークの階層構造によりこの問題が解決することを見る。第 13 章では、9-5 節で構成した 2 つの接続、スピン接続とアフィン接続とから構成される計量場に対し、演算子法による量子化を行う。この量子計量場のラグランジアン密度は、2 つの接続ゲージ場のラグランジアン密度の和で与えられるため、その Feynman 図では、計量テンソルの微分項を直接扱う必要がなく、くりこみ可能な有効場理論と同様な扱いが可能となることを見る。第 14 章では、この計量場に対し経路積分法による量子化である BRS 変換を行う。すると、2 つの接続ゲージ場のゲージ位相の関係式が導かれる。この位相差と相互作用において物質 2 重項場が交換するヘリシティとの合成により、物質基本粒子 3 世代の質量の階層構造を与える新たな素荷（チャージ）「質量素荷」が構成できることを示す。第 15 章では、この「質量素荷」を用いて 3 世代のクォークとレプトン 2 重項の質量表現を導き各質量が特定できることを示す。第 16 章ではクォーク 3 世代混合とニュートリノ振動現象へ適用する。それぞれの世代混合は、3 世代の各クォークまたはニュートリノがそれぞれ保有する「質量素

荷」を交換する現象として統一的に説明が可能であり、それぞれの混合角が質量素荷を用いて定義された交換確率振幅により特定できることを示す。第17章では、クォークの複合粒子であるハドロンの質量に適用する。π，K中間子と核子，Λ粒子を構成するクォーク（u, d, s）が保有する「質量チャージ」を用いてそれぞれの質量表現を導き、各ハドロンの質量が高い精度で特定できることを示す。

最後に、第18章と第19章で本書にて展開した「素粒子の統一理論」とこの統一理論にて解決される標準理論の未解決問題をまとめておく。第18章では、先ずスピノール表現を用いた3世代物質基本粒子とボソン場の統一表現をまとめ、超対称性を回復する方向の湯川結合で表現される4つの相互作用の統一表現をまとめる。18-4節では各素粒子と相互作用を特徴付ける各種量子数がスピノール対称性（ヘリシティの対称性）を用いて表現できることを示す。第19章では、第7章にてまとめておいた標準理論の抱える未解決問題に対して、この統一理論により得られる解もしくは解釈をまとめておく。19-2節にて、この統一理論により新たに生じる問題と合わせなお未解決として残る問題を提示しておく。今後の素粒子論、宇宙論の発展の一助となることを期待する。

2020年1月

河野　誠公

目　次

第Ⅰ部　標準理論と未解決問題

第１章　４次元時空間の対称性とローレンツ群

１－１．相対性原理とローレンツ変換[3),4),21)]

経験則である相対性原理に従うと、全ての自然法則はあらゆる慣性基準系において同一である。すなわち、自然法則を表わす方程式は、1 つの慣性基準系から他の慣性基準系への座標変換に対して不変である。
一方、物質粒子間の相互作用は、相互作用している粒子の座標の関数として表され、相互作用は瞬時に行われるとの仮定が暗に含まれていた。ところが、経験的に瞬時に行われる相互作用は存在せず、ある有限の時間が必要であることを知っている。相互作用する 2 つの物体間の距離をその有限の時間間隔で割ったものを相互作用の伝播速度とよぶ。この伝播速度は、相互作用の最大の伝播速度とよばれるべきもので、相対性原理により全ての慣性基準系において同一でなければならない。よって、この伝播速度は普遍定数であり真空中を光が伝わる速度、すなわち光速度と考えられている。[3)]

相対性原理には従うが、相互作用の伝播は瞬時に行われるとしたガリレイの相対性原理と区別して、相対性原理と相互作用の伝播速度である光速度の有限性とを結びつけたものをアインシュタインの相対性原理とよぶ。

古典力学では空間は相対的だが時間は絶対的なものとして扱われる。ところが、速度ベクトルの合成法則に従うと、合成運動の速度はそれを構成する運動の各速度のベクトル和となる。この法則は相互作用の伝播速度にも適用されるべきものなので、異なる慣性基準系では伝播速度が異なる値となってしまう。このことは、アインシュタインの相対性原理と完全に矛盾する。この問題は、Michelson による光速度の測定実験（1881 年）により、光の速度はその伝播方向に依存しないことが確認され、よって、アインシュタインの相対性原理が確認された。[3)]

アインシュタインの相対性原理により、時間も絶対的なものではなく、慣性基準系に固有の時間が存在することが結論付けられた。

（固有時間とローレンツ変換）[3)]

慣性基準系の中で、静止系に対して任意の運動をする時計を観測することを考える。静止系の時計で測った微小な時間間隔 dt の間に‘動いている時計’は、距離 $\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2}$ だけ進むとする。‘動いている時計’の座標系 (x', y', z', t')ではこの時計自体は静止しているので、$dx'=dy'=dz'=0$ となる。長さの要素 ds の不変性により、

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2\,dt'^2 \qquad (1\text{-}1)$$

$$\therefore\ dt' = ds/c = 1/c\,\sqrt{c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}$$

ここで、‘動いている時計’の速度を υ とする。

$$\upsilon^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2)/dt^2 \qquad (1\text{-}2)$$

(1-1) 式へ代入すると、

$$dt' = ds/c = dt\,\sqrt{1-\upsilon^2/c^2} = dt\,\sqrt{1-\beta^2} \qquad (1\text{-}3)$$

ここに、$\beta \equiv \upsilon/c$

よって、‘静止している時計’が $t_2 - t_1$ だけ時間が経過する間に、‘動いている時計’が刻む時間の長さは、

$$t'_2 - t'_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt\,\sqrt{1-\beta^2} \qquad (1\text{-}4)$$

この‘動いている時計’の示す時間を、この対象の固有時間という。

次に、互いに等速度で運動する座標系間の座標変換を考える。座標系 K(x, y, z, t) から座標系 K' (x', y', z', t') への変換を行う。簡単のため、K 系から見て K'系は x 軸の正方向に一定の速度 υ で運動しているものとする。古典力学ではこの問題は簡単に解けて、以下のガリレイ変換となる。

$$x' = x + \upsilon t,\quad y' = y,\quad z' = z,\quad t' = t \qquad (1\text{-}5)$$

ところが、相対論的な変換公式は４次元の座標系（x, y, z, t）の回転として表される。今、便宜的にτ＝i ct という変数を用いてτ −x 平面の回転を考える。この回転によって、y と z 軸は変化しない。θを回転角にとると、新旧座標間の関係は以下の式で表される。

$$\begin{cases} x = x'\cos\theta - \tau'\sin\theta \\ \tau = x'\sin\theta + \tau'\cos\theta \end{cases} \tag{1-6}$$

よって、座標変換はこの回転角θを求める問題に帰着する。θは座標系 K と K' 間の相対速度υのみに依存する。
ここで、K 系の中で K' 系の原点の運動を考える。x'＝0 となるので、(1-6) 式は以下となる。

$$x = -\tau'\sin\theta, \quad \tau = \tau'\cos\theta$$

$$\therefore \frac{x}{\tau} = -\tan\theta \tag{1-7}$$

$x/\tau \sim x/t$ は明らかに K' 系の K 系に対する速度υなので、

$$\tan\theta = -\frac{x}{\tau} = \frac{ix}{ct} = \frac{i\upsilon}{c} = i\beta \tag{1-8}$$

よって、

$$\sin\theta = \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{1-9}$$

τ＝i ct, τ'＝i ct' へ置き換え、(1-9) 式を (1-6) 式へ代入すると、

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z' \\ t = \dfrac{t' + \beta x'/c}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases} \tag{1-10}$$

(1-10) 式が求めるローレンツ変換の公式である。

(1-4) 式により対象の固有時間が与えられたと同様に、(1-10) 式を用いると対象の固有の長さが求められる。静止している基準系の棒の長さを $\ell_0 = \triangle x = x_2 - x_1$ で表す。K' 系で計った棒の長さを $\ell = \triangle x' = x'_2 - x'_1$ とすると、(1-10) 式より

$$\ell_0 = \triangle x = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x'_1 + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \ell / \sqrt{1-\beta^2}$$

$$\therefore \quad \ell = \ell_0 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (1\text{-}11)$$

棒の長さは棒が静止している基準系にて最大となり、速度 υ で動いている系では、$\sqrt{1-\beta^2}$ 倍に収縮する。（ ローレンツ収縮 ）

　次に、4 次元時空間であることを強調するため、時間と空間を以下に表記する。

$$x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z \qquad (1\text{-}12)$$

各座標方向の微小な変位を dx^μ で表すと、ローレンツ変換に対して不変量である長さの要素 ds は以下に表現される。

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \qquad (1\text{-}13)$$

ここに、$\eta_{00} = +1$, $\eta_{ii} = -1$, $\eta_{\mu\nu} = 0$ $(\mu \neq \nu)$
上下に同じ添字が現れるとき、0～3 まで足し合わせる。

(1-10) 式のローレンツ変換を行列表示すると、

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & -k\beta & 0 & 0 \\ -k\beta & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (1\text{-}14)$$

ここに、$k = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = \upsilon / c$

行列式のμ行ν列成分を$\Lambda^{\mu}{}_{\nu}$と表記すると、(1-14) の行列式は、

$$x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}{}_{\nu}\, x^{\nu} \tag{1-15}$$

ここで、4 元速度ベクトルを以下に与える。

$$u^{\mu} \equiv c\,\frac{dx^{\mu}}{ds} \tag{1-16}$$

すると、粒子が静止しているとき、$dx = dy = dz = 0$ なので、(1-13)式より

$$\left\{\begin{aligned} u^0 &= c\,\frac{dx^0}{ds} = c\sqrt{dx^0\,dx^0 / ds^2} = c\sqrt{1/\eta_{00}} = c \\ u^i &= c\,\frac{dx^i}{ds} = 0 \qquad \text{at} \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned}\right. \tag{1-17}$$

粒子が x 軸方向に速度υで動いているとき、速度 $-\upsilon$で運動する座標系へのローレンツ変換 (1-14) を用いると、

$$\left\{\begin{aligned} u^0 &= c\,\frac{dx^0}{ds} = c\cdot k = c/\sqrt{1-\beta^2} \\ u^1 &= c\,\frac{dx^1}{ds} = c\,(-k\cdot(-\upsilon/c)) = k\cdot\upsilon = \upsilon/\sqrt{1-\beta^2} \\ u^2 &= u^3 = 0 \end{aligned}\right. \tag{1-18}$$

この 4 元速度ベクトルに質量 m を乗じると 4 元運動量p^{μ}を得る。その第０成分p^0の c 倍が、この粒子のエネルギーE に等しい。

$$E = c\,p^0 = mc\,u^0 = mc^2/\sqrt{1-\beta^2} \tag{1-19}$$

粒子の速度υが光速 c に対して十分に小さい（$\upsilon \ll c$）とき、

$$E \approx mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) = mc^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \tag{1-20}$$

右辺第２項にニュートン力学の運動エネルギーが得られる。