

量子場とスピノール

— 量子論的効果とヘリシティのゆらぎ —

河野 誠公 著

はしがき

既刊書「時空の対称性と物理法則」¹⁰⁾では、相互作用する物質粒子が従う物理法則の根底には、局所空間のもつスピノール（またはヘリシティ）対称性が存在し、その特性に基づいて全ての素粒子の生成（消滅）、4つの全ての相互作用、更には物質基本粒子の持つ質量値の法則が支配されていることを論じた。

本書では、電磁相互作用、弱い相互作用及び強い相互作用それぞれの量子論（あるいは量子論的效果）に着目し、スピノール（またはヘリシティ）対称性の視点から標準理論を確認する。標準理論の枠組みに組込まれない残る重力相互作用に対しては、スピノール表現に基づいて得られた重力ゲージ場と新たな「チャージ」となる「質量チャージ」を用いて3世代クォーク、レプトンの各質量値が特定できることを確認した上で、重力場の量子論的效果の視点からクォーク3世代混合とニュートリノ振動現象を論じ、最後に「電子の2重スリット干渉現象」と「量子もつれ」に対する新たな解釈を試みる。

先ず、第1章では、電磁場の量子論的效果の代表的な現象として知られる電子と μ 粒子の異常磁気モーメントについて復習し²⁾、近年‘g-2’問題として話題となっている μ 粒子の異常磁気モーメントの理論値と実験値との食い違いの問題^{14), 15), 16), 17)}について触れる。

第2章では、スピノール表現を用いて真空を構成するスカラー場と物質基本粒子（クォーク、レプトン）を生成、構成する。スカラー場の生成では、SU(2)カイラル対称性がその構成の基本となり、左手/右手の2成分で構成される。スピン1/2のスピノールである3世代物質粒子の生成では、クォークとレプトンを分離する「クォーク/レプトン対称性」と3世代の階層構造を与える(2n+2)次元スピノール表現におけるヘリシティの数(n+1)がその構成の基本となる。^{3), 4), 5), 6)} n = 1, 3, 5 (4) のとき第1, 2, 3世代の物質粒子が構成でき、 μ 粒子では n = 3 となることにより、第1章で取り上げた μ 粒子の異常磁気モーメントの‘g-2’問題が解決する¹⁰⁾ ことを見る。一方、「クォーク/レプトン対称性」は第4章の中間子場の理論、

第5章での第1, 2, 3世代クォーク, レプトンの各質量値の特定において基本的な概念となる。

第3章では、弱い相互作用の媒体となるWボソン場と真空の対称性の破れについて復習する。真空の対称性の破れは、ユニタリーゲージにより質量の源となる真空期待値の存在と結び付けられ、ベクトル粒子と物質粒子はその真空期待値に比例した質量を獲得することが導かれる⁷⁾。この「Higgs機構」は電磁相互作用と弱い相互作用とを統一する「電弱(EW)理論」へと発展された⁷⁾。一方、スピノール表現を用いたベクトル粒子の生成では、電磁相互作用の媒体となる光子と弱い相互作用の媒体となるWボソンとが統一的に生成、構成できる。すなわち、真空となるスカラー場のSU(2)カイラル対称性が中性の状態(超対称性)生成子が作用することで質量ゼロの光子が生成し、SU(2)カイラル対称性が破れた状態に生成子が作用することで3種類のWボソンが生成することが導かれる^{3), 4)}。

第4章前半では、アノマリーの発見につながった中性 π 中間子の崩壊を振り返り、アノマリーが現れるフェルミオン場の測度の変換を復習する⁷⁾。このアノマリーの出現と近似的カイラル対称性の破れに伴うゴールドストーン・ボソンと同定された π 中間子とが、第2章にて導入した「クォーク/レプトン対称性」と深く関わっていることを確認する。後半では、QCDとクォークの閉じ込めについて復習する⁷⁾一方で、スピノール表現によるカラーベクトル粒子(グルーオン)の生成について論じる^{3), 4)}。スピノール表現の視点で強い相互作用、カラー場の対称性を確認し、「クォーク(またはカラー場)の閉じ込め現象」に対する新たな解釈⁸⁾を与える。

第5章では、本書の主要テーマとなる重力場の量子論的効果に着目する。まず、第2章、3-3節及び4-4節の議論を更に発展させ、スピノール表現を用いてスピン2の計量場(重力ゲージ場)を生成する^{3), 4)}。物質場とこの重力ゲージ場との相互作用により2次的に物質場の質量項が現われ⁹⁾、その質量項の真空期待値が3世代物質粒子(クォーク, レプトン)の質量を与えることが導かれる。物質場とスカラー場との結合定数として新たな「チャージ」となる「質量チャージ」が現われ、その「質量チャージ」は3世代の階層構造を持つことが導かれる^{3), 4), 5)}。ここでも「クォーク/レプトン対称性」が重要な役割を担うことを見る。5-4節では、重力ゲージ場の量子論的効果の1つの現象との視点で、クォーク3世代混合とニュートリノ振動現象が各粒子固有の「質量チャージ」を世代間で交換する現象と

して説明できる^{3), 4), 5), 10)} ことを見る。

第6章では、更に重力ゲージ場の量子論的効果の視点で、重力ゲージ場と相互作用する物質場を考えると、これまで物質場を实在波ではなく確率波として解釈されてきた「電子の2重スリット干渉現象」がより自然な形で解釈できることを示す。先ず、古典的な光の干渉、回折現象と光の干渉の量子論を復習し^{21), 22)}、単一光子の干渉実験²²⁾ について確認する。重力ゲージ場と相互作用する物質場を物質場と重力ゲージ場の「量子もつれ」状態として捉えることで、「単一光子の干渉実験」の手法を適用し「電子の2重スリット干渉現象」の定式化を試みる。スピノール表現の視点で、「単一光子の干渉現象」とその「量子もつれ状態」と「電子の干渉現象」とその「量子もつれ状態」との相違について考察を加える。

2025年12月

河野 誠公

目 次

第1章 電磁ゲージ場の量子論的効果	1
1-1 ゼーマン効果と磁気モーメント	
1-2 電子の異常磁気モーメント	
1-3 μ 粒子の異常磁気モーメント	
第2章 物質基本粒子(クォーク,レプトン)のスピンノール表現	13
2-1 4次元ローレンツ群とスピンノール対称性	
2-2 真空の定義とスカラー場 (Higgs) の生成	
2-3 3世代物質粒子 (クォーク, レプトン) の生成	
2-4 物質場の3世代階層構造とカラー対称性	
2-5 μ 粒子の ‘g-2’ 問題とヘリシティの ‘ゆらぎ’	
第3章 W ボソン場と対称性の破れ	25
3-1 ユニタリーゲージ	
3-2 電弱 (EW) 理論	
3-3 ベクトルボソンの生成とスピンノール表現	
3-4 対称性の破れと真空のヘリシティ状態との関係	
第4章 中間子場、カラー場と対称性	38
4-1 アノマリーと「クォーク/レプトン対称性」	
4-2 ゴールドストーン・ボソンとしての π 中間子	
4-3 QCD とクォーク (カラー) の閉じ込め	
4-4 カラーベクトル・ボソンの生成とカラー対称性	

第5章 重力ゲージ場の量子論的効果	60
5-1 重力ゲージ場（計量場）の生成とスピノール表現	
5-2 物質場と重力ゲージ場の相互作用と「質量チャージ」	
5-3 3世代クォーク，レプトンの質量チャージと質量値	
5-4 クォーク3世代混合とニュートリノ振動現象	
第6章 重力ゲージ場の量子論的効果（その2）	99
6-1 電子の2重スリット干渉現象とその解釈	
6-2 光の干渉と回折の古典論	
6-3 光（電場）の干渉の量子論と単一光子の干渉	
6-4 電子場と重力ゲージ場の「量子もつれ」	
参考文献	113
付録A スピノール代数と超対称代数	115
付録B 真空エネルギー密度	120
付録C 第3世代物質場のスピノール表現	122
付録D 重力ゲージ理論	124
付録E テンソル解析と接続	127
付録F クォーク3世代混合行列のデータベース	134

第1章 電磁ゲージ場の量子論的效果

本章では、量子電磁力学 (QED) の代表的成果の1つである磁気量子数の発見につながったゼーマン効果と原子の超微細構造の解明につながったレプトン (電子, μ 粒子) の異常磁気モーメントを取り上げる。

1-1. ゼーマン効果と磁気モーメント^{1),2)}

(A) ゼーマン効果¹⁾

発光体を磁場の中に入れると、1本であった発光体のスペクトルが数本に分裂する現象をゼーマンが発見し(1896年)、この現象をゼーマン効果とよぶ。方位量子数 ℓ で指定された量子状態は、磁気量子数 $m (= 2\ell + 1)$ 重に縮退しており、この縮退が磁場により解けて $m = 2\ell + 1$ 通りに分裂する。

電流 I が面積 S の円に沿って流れていると、磁気モーメント $\mu = I \cdot S$ の磁石と同じ磁場ができる。電子の速度を v とすると、半径 r の円を単位時間に周回する回転数は、 $v / 2\pi r$ なので、

$$I = e \cdot \frac{v}{2\pi r}, \quad S = \pi r^2$$
$$\mu = I \cdot S = \frac{e \cdot v}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r \quad (1-1)$$

一方、角運動量の大きさ ℓ は、電子の質量を m_e として、 $\ell = m_e v r$ なので、 $r = \ell / m_e v$ を (1-1)式に代入すると、

$$\mu = \frac{e \cdot v}{2} \frac{\ell}{m_e v} = \frac{e}{2 m_e} \cdot \ell \equiv \mu_B |\ell| / \hbar \quad (1-2)$$

$$\text{ここに、} \mu_B = \frac{e}{2 m_e} \cdot \hbar = 9.2741 \times 10^{-24} \text{ [J} \cdot \text{T}^{-1}] \quad (1-3)$$

ボーア磁子 μ_B が定義される。

一般に電子が磁束密度 \mathbf{B} の磁場の中にあるとき、その磁場と電子の磁気モーメントの相互作用エネルギー H_z は、

$$H_z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu_z \cdot B \equiv \mu_B (\ell_z / \hbar) \cdot B = \mu_B m \cdot B \quad (1-4)$$

ここに、 m は $m = \ell_z / \hbar$ の固有値となる磁気量子数である。

次に、 H_z を加えた全ラグランジアンを以下に与える。

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_z \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + \mu_B \frac{\ell_z}{\hbar} B \end{aligned} \quad (1-5)$$

H_0 では、ポテンシャル $V(\mathbf{r})$ が \mathbf{r} のみの関数の場合を考える。固有関数として、 $R_{n\ell}(\mathbf{r}) Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ という変数分離形をとると、この固有関数は同時に角運動量の z 成分 ℓ_z と磁気量子数 m の固有関数となっている。

$$\begin{aligned} H_0 |n, \ell, m\rangle &= E_{n\ell}^{(0)} |n, \ell, m\rangle \\ H_z |n, \ell, m\rangle &= \mu_B m \cdot B |n, \ell, m\rangle \\ \therefore H |n, \ell, m\rangle &= (E_{n\ell}^{(0)} + \mu_B m \cdot B) |n, \ell, m\rangle \end{aligned} \quad (1-6)$$

よって、軌道角運動量 ℓ を考えたとき、 $E_{n\ell}^{(0)}$ のそれぞれの値に対し、 $(2\ell+1)$ 重に縮退していたエネルギー準位は、磁場 B によって磁気量子数 m の異なる $(2\ell+1)$ 個の準位に分裂する。そのエネルギー準位間の間隔は $\mu_B \cdot B$ に等しい。これがゼーマン効果のメカニズムである。

(B) 電子のスピンと磁気モーメント¹⁾

Na 原子では磁場が無いとき、軌道角運動量の方位量子数 $\ell=1$ から $\ell=0$ への遷移による単一光 (Na-D 線) が観測され、磁場があるとき磁気量子数 $m=1, 0, -1$ の 3 本の線が観測されるものと考えられたが、磁場が無いときでも D 線は 1 本でなく、 $D_1 = 589.6 \text{ nm}$ と $D_2 = 589 \text{ nm}$ の 2 本に分裂して観測された。

電子は原子核回りを公転運動しているだけでなく、自転運動もしていると解釈され、この自転運動をスピンとよんだ。電子を基準に考えると、原