関数や汎関数の最大値・最小値問題を解いてみよう

Let’ｓ Try Seeking the Solutions of the Maximum and/or Minimum Values of Functions and Functionals

理学博士
古市　堯久　著
Takahisa Furuichi，Sc.D.

巻　頭　言

数学の書物を読むときの人々の行動は，次の全ての段階を経るか，各段階の何れかで終わると考えられます。

1. その書物を読む目的や動機の第１番目は，**数学の公式や定理を知る**ことであると思う人が多いと考えられる。
2. 次に，それらの**公式や定理を，自分でよく理解し，または証明を考えたりする。**
3. それらの**公式や定理を用いて，その応用問題を自分で考え解く。**

もちろん，上の **1** の段階から，**2** を経ずに **3** の段階に到る人もいる。

<u>この書物は，読んだ後の上の各３段階の全ての人々の理解のために著した</u>ものである。

この書物では，次のことを行った。

Ⅰ．　第１章で**一般的な最大値・最小値問題を解くための数学の公式と定理**を挙げ，応用問題を解く。

Ⅱ．　第２章で**ラグランジュの恒等式及びシュワルツの不等式を用いる最大値・最小値問題を解くための数学の公式と定理**を挙げ，応用問題を解く。

Ⅲ．第３章で**相加平均・相乗平均・調和平均を用いる最大値・最小値問題を解くための数学の公式と定理**を挙げ，応用問題を解く。

Ⅳ．第４章で**量に関する研究**を挙げ，考察する。

Ⅴ．**参考・引用文献**を挙げる。

Ⅵ．**索引を付ける。**

<u>これらの順序で著述したので，読者の本書への関心が得られれば幸いです。</u>

本 著 の 概 要

或る条件での数式の構造や性質を見極める１つの方法に，その条件の基での最大値・最小値を求める方法が有る。

自然現象や社会現象の或る側面を関数で表したときに，その最大値や最小値を求める必要があることが有る。例えば，経済問題では，経費を最小にしたい場合や，利益を最大にしたい場合に，最大値や最小値を求めると同時に，それらの最大値や最小値を得る変数の値を知る必要が生じるなどがその例である。

関数の最大値・最小値を求める方法として，最も広範的には微分法を用いる方法がある。しかし，この方法が常に最も簡単な方法であるとは限らない。問題毎に最適な方法を見出さねば，近似解ではなく，厳密解が得られないことも有る。そこで，ここでは，関数の最大値・最小値を求める方法を検討し，それらの方法により，解を得ることを研究した。

関数や汎関数の最大値・最小値を求める方法には，次のもの等が考えられる。

（イ）微分法　（ロ）2 次~4 次式等やその他の式の変形による方法

（ハ）恒等式（公式）を用いる方法

a）２～４次式の恒等式を利用する方法　b）ラグランジュの恒等式等を利用する方法

（二）不等式（公式）を用いる方法

a）シュワルツの不等式を利用する方法　b）相加平均・相乗平均・調和平均に関する不等式等を利用する方法

（ホ）２次方程式～４次方程式（または２次式～４次式）等の判別式を利用する方法

（へ）変数変換による方法　（ト）その他

この著書では，次の順序で，関数や汎関数の最大値・最小値問題の解法例等を著述した。

1．第１章では，一般的な最大値・最小値問題の解法と問題集及び解答例

2、第２章では，「ラグランジュ恒等式及びシュワルツの不等式」を用いることに特化した最大値・最小値問題の解法と問題集及び解答例

3．第３章では，「相加平均・相乗平均・調和平均」を用いることに特化した最大値・最小値問題の解法と問題集及び解答例

4．第４章では，最大値・最小値問題の解法に関係する「量に関する研究」

最後に，参考・引用文献を付けて著述を完成した。

Overview of this work

Some one way that ascertains the structure and nature of a numerical formula on a condition has the way of seeking a maximum and/or minimum value by the group of that condition.

There is its being necessary to seek that maximum and/or minimum value when it expresses some side of a natural phenomenon and a social phenomenon by a function.

For example, in an economic problem, it is the example that it is necessary to seek a maximum value when wanting to minimize the expense, or a minimum value when wanting to maximize the profit, and also to know values of the factors for getting this maximum and minimum.

There is a way using the differential calculus as a way seeking a maximum and/or a minimum value of a function, the most like in the extensiveness.

However, this way always isn't the always easiest way.

There is not only an approximate-solution but also strict solution being not gotten, if not finding a best way every a problem.

The way of seeking a maximum and/or minimum value of a function was here taken and the way of getting an answer by this way was studied

As ways of seeking a maximum and/or minimum value of a function and a functional we can think of next one and so on.

（Ⅰ） Way of using the differential calculus

（Ⅱ） Way of using the transformation of formula of the 2nd to 4th degree and other formulae

（Ⅲ） Way of using the identical equation (formula)

A）Way of using the 2 nd~ 4th identical equation

B）Way of using Lagrange 's identical equation and so on

(Ⅳ) Way of using the inequality (formula)

A) Way of using Schwarz 's inequality

B) Way of using the inequality of the arithmetic mean / the geometrical/ mean / the harmonic mean

(Ⅴ) Way of using the discriminante of the equation of the 2nd to 4 th degree (or the formula of the 2nd to 4 th degree) and others

(Ⅵ) Way of using the the variation transformation

(Ⅶ) Way of using others

This book describes in next order the answer examples concerning the application of the the maximum / minimum value problems of functions and pan- functions and so on.

1. In Chapter 1, it describes solutions and their collection of general maximum and/or minimum value problems.

2. In 2, Chapter 2, it describes solutions and their collection of problems of general maximum and/or minimum value problems using " Lagrange's identical equations and Schwarz's inequalities".

3. In Chapter 3, it describes solutions and their collection of the maximum and/or minimum value problems specialized to using "arithmetic mean / geometrical mean / harmonic mean ".

4. In Chapter 4, it describes "a research on the quantity " related with the solution of a maximum / minimum value problems.

Finally, the describtion of this book has been completed by putting the references and/or the cited literatures.

最大値・最小値問題の解法に関する研究
A Study on the Solution for Seeking the Maximum and Minimum Values of Functions

目　　　　次

Ⅱ．第２章
ラグランジュ恒等式及びシュワルツの不等式を用いる最大値・最小値問題

Ⅲ．第 3 章
相加平均・相乗平均・調和平均を用いた最大値・最小値問題の解法例

.

Ⅳ. 第 4 章
量に関する研究 p.187

Ⅴ. 参 考・引 用 文 献 p. 233

Ⅵ 索 引 p. 234

最大値・最小値問題の解法に関する研究
A Study on the Solution for Seeking the Maximum and Minimum Values of Functions

第１章
一般的な最大値・最小値問題の解法と問題集および解答例

１．緒言

自然現象や社会現象の或る側面を関数で表したときに，その最大値や最小値を求める必要があることが有る。例えば，経済問題では，経費を最小にしたい場合や，利益を最大にしたい場合に，最大値や最小値を求めると同時に，それらの最大値や最小値を得る変数の値を知る必要が生じるなどがその例である。

関数の最大値・最小値を求める方法として，最も広範的には微分法を用いる方法がある。しかし，この方法が常に最も簡単な方法であるとは限らない。問題毎に最適な方法を見出さねば，近似解ではなく，厳密解が得られないことも有る。そこで，ここでは，関数の最大値・最小値を求める方法を検討し，それらの方法により，解を得ることを研究して行こう。

２．関数の最大値・最小値を求める解法

関数の最大値・最小値を求める方法には，通常考える方法として，次のものが挙げられる。

（イ）微分法
（ロ）２次式～４次式等やその他の式の変形による方法
（ハ）恒等式（公式）を用いる方法
　　a）２～４次式の恒等式を利用する方法
　　b）ラグランジュの恒等式等を利用する方法