

時空の対称性と物理法則

— スピノール対称性と質量チャージ —

河野 誠公 著

はしがき

自由粒子の運動方程式は、時空間の対称性である並進対称性と回転対称性に基づいている。空間の並進対称性は運動量保存則に、時間の並進対称性はエネルギー保存則にそれぞれ対応付けられる。相対論的には4次元時空間の並進対称性となり、エネルギー運動量保存則にまとめられる。空間の回転対称性は角運動量保存則に対応し、相対論的には4次元時空間の回転対称性となる。軌道角運動量にスピン角運動量が加わり、全角運動量の保存則となる。

これらの物理法則は、重力場の影響を十分小さいとしたとき、あらゆる慣性基準系において同一であり、従い、ある慣性基準系から他の慣性基準系への座標変換に対して不変となる。相対論的にはローレンツ座標変換に対して不変となる。重力場の影響が無視できない場合、重力場により時空に歪み（曲率）が生じるため、座標系としてローレンツ座標に代わり曲面座標を含む一般座標系をとる必要が生まれる。

この一般座標系（重力場中）において、粒子の運動を考える。あるA点からB点へ平行移動させると、A点での運動量 \mathbf{p} は平行移動中の時空の歪み（曲率）分だけ変化し、B点での運動量 \mathbf{p}' は $\mathbf{p} + \delta \mathbf{p}$ となり、運動量は保存しない。そこで、その変化分を補填するように座標変換が行われることを要請する。（一般相対論の要請）その変化分に相当するアフィン接続を導入し、座標変換に対し不変となるように共変微分（リーマン接続）を導入すると、重力場中の粒子の運動量は一般座標変換の下で不変となる。アインシュタイン重力場は、導入されたアフィン接続を用いて導かれるスカラー曲率でそのラグランジアン密度が与えられる。

再び、重力場を無視して、ローレンツ座標において電磁場中の電荷をもつ粒子の運動を考える。A点からB点へ平行移動させると、A点での運動量 \mathbf{p} は平行移動中の電磁場の影響を受け（電磁相互作用により）B点での運動量 \mathbf{p}' は $\mathbf{p} + \delta \mathbf{p}$ となり運動量は保存しない。そこで、その相互作用による変化分をゲージ場の導入により補填し、座標変換に対し不変となるように共変微分を導入する。この共変微分を用いることにより、電磁場中の

荷電粒子の運動量は、ローレンツ座標変換の下で不変となる。

電磁相互作用は荷電粒子間で作用し、 $U(1)$ ローレンツ座標変換となる。相互作用の媒体となる光子は電荷をもたず、電磁場は $U(1)$ 可換ゲージ場である。一方、放射線を放出する原子核崩壊を引き起こす弱い相互作用では、対のレプトン (ν_e, e) や核子 (p, n) またはクォーク (u, d) などのペアで作用が起こる。その媒体となるゲージ場は、重い質量 ($\sim 80\text{GeV}$) をもつ 3 種類の荷電ベクトル粒子 (W^\pm, Z^0) であることが知られ、 $SU(2)$ 非可換ゲージ場である。残るもう一つの相互作用である強い相互作用は、3 種類のカラー荷 (R, G, B) をもつ 3 つのクォーク間で作用し、その媒体となるゲージ場は、カラー荷をもつ 8 種類のベクトル粒子 (グルーオン) であることが知られ、 $SU(3)$ 非可換ゲージ場である。

これらの多様な相互作用やその媒体となる各種のゲージ場の存在は、時空間の対称性である並進及び回転対称性だけでは説明できない。しかし、そのヒントが回転対称性の相対論的議論に隠されている。相対論的角運動量保存則では、粒子の自転に例えられるスピン角運動量が現れる。物質基本粒子であるクォークやレプトンでは、それらの 3 世代全てスピン $1/2$ のスピノール粒子であり、各相互作用の媒体となる光子、Weak ボソン及びグルーオンは、スピン 1 のベクトル粒子である。真空を構成するスピン 0 のスカラー場である Higgs 粒子も近年発見された。重力場を構成する重力子はスピン 2 のテンソル粒子と考えられている。このスピンは、スピノール粒子では $\pm 1/2$ の固有値を、ベクトル粒子では ± 1 の固有値をそれぞれもち、これらは粒子の運動方向における回転の向きを表すヘリシティ (左巻き/右巻き) の自由度に対応している。

このヘリシティを局所空間と考えられる真空及び素粒子のもつ局所対称性と捉え、 $n+1$ 個のヘリシティから成る $2(n+1)$ 次元スピン空間を考え、それを Higgs 粒子含む全ての素粒子の元となる真空と考える。先ず、 $n=0$ の 2 次元スピン空間において生成したスカラー場を 4 次元時空間の真空と定義すると、その真空に(超対称性)生成子を作用させることにより、 $n=1, 3, 5$ (4) のとき、第 1, 2, 3 世代のクォークとレプトンとなるスピノール粒子が構成できる。 $n=2$ のとき、ベクトル粒子である光子と W ボソンが、 $n=4$ のとき、ベクトル粒子であるグルーオンと計量場 (重力場) を構成する重力子が生成できる。すなわち、最大で 6 個 ($n=5$) のヘリシティの組合せにより、既知の全ての素粒子が構成できることが分かった。更に、

多様な相互作用を特徴付ける量子数である電荷とカラー荷に対し、電荷は 2 つのヘリシティで、カラー荷は 3 つのヘリシティの組合せとそれらの対称性として記述できることも分かった。すなわち、局所空間の対称性であるヘリシティの特性に基づき、重力相互作用を除く各種相互作用、更には全ての素粒子の生成（消滅）が行われていることが考えられた。

残る重力相互作用においても、ヘリシティの組合せを用いて表現でき質量の大きさを規定する量子数の存在が見出せないだろうか？ その「保存チャージ」により、3 世代クォーク、レプトンの一見規則性の無い質量値に対して法則性を導き出すことができないだろうか？ これが、本書含め既刊の「標準モデルを超える新たな素粒子論」^{8),9)}、「新たな量子重力理論と質量素荷」¹³⁾、「素粒子の統一理論」^{25),26)} や「重力ゲージ場の量子論」²⁷⁾ など^{10),11),20)}における共通のテーマである。既刊書では、このテーマの取組みに対し論理的かつ数学的に体系建てた内容とすべく努めてきた。しかし、実際的な取組みの特に当初は論理的とは程遠いことも多く、本書の第 I 部では、実際的な取組みに則し正確性には欠けるが、なるべく数式展開を用いず取組み過程とその成果をまとめた。第 II 部では既刊書に準じた取組みを載せたので、より正確な議論を補いながら読み進めて頂ければと思う。どのように本テーマに取組み問題解決を図ったのか、物理の基本法則の根底には、グローバルな時空間の対称性である並進と回転対称性があると同時に、局所空間の対称性であるヘリシティ（またはスピノール）対称性により、全ての素粒子の生成（消滅）と 4 つの全ての相互作用、更には物質基本粒子の質量値の法則が支配されている様が表現できていれば幸いである。

最後に、昨年 8 月にフェルミ研究所より報告³⁰⁾が出され少し話題となっている「 μ 粒子の $g-2$ 問題」に関して、第 I 部 5-5 節に「核子スピンの起源問題」と併せて追加した。これらの問題も物質粒子の 3 世代階層構造、すなわちヘリシティの数 $n = 1, 3, 5$ (4) に基づいた現象であり、 μ 粒子では $n = 3$ であることの反映であることを導く。本理論をサポートする現象が一つ追加されたことは喜ばしいことと感じている。

2024 年 2 月

河野 誠公

目 次

第 I 部 時空の対称性とは？

第 1 章	4次元時空間の対称性と粒子の運動	1
1-1	相対性原理とローレンツ(座標)変換	
1-2	時空間の対称性と自由粒子の運動	
第 2 章	重力場中の粒子の運動	6
2-1	一般相対性原理と一般(曲面)座標変換	
2-2	重力場とアフィン接続	
第 3 章	電磁場中の荷電粒子の運動	10
3-1	共変微分とローレンツ変換の不変性	
3-2	電磁場中の荷電粒子の運動	
第 4 章	弱い相互作用と強い相互作用	14
4-1	弱い相互作用と電弱 (EW) 理論	
4-2	強い相互作用とカラー対称性	
第 5 章	素粒子の生成と局所対称性	16
5-1	相対論的角運動量保存とスピン	
5-2	スピンと素粒子	
5-3	素粒子の生成とヘリシティの組合せ	
5-4	電荷, カラー荷とヘリシティの組合せ	
5-5	物質粒子の階層構造と核子スピン, 磁気モーメント	
第 6 章	重力場の量子化の取組み	25
6-1	アインシュタイン重力場の量子化問題	
6-2	重力ゲージ場の構成とヘリシティの組合せ	
6-3	重力ゲージ場の量子化	

第7章 重力場（重力相互作用）の量子効果とは？	28
7-1 電磁相互作用との相異	
7-2 正定値かつ階層構造をもつ結合定数	
第8章 3世代物質粒子の質量値の法則性	31
8-1 「クォーク／レプトン対称性」の発見	
8-2 第3世代クォーク，レプトンのスピノール次元	
8-3 μ ， τ 粒子の質量補正の必要性	
8-4 b -クォークの質量補正の必要性	
第9章 クォーク3世代混合，ニュートリノ振動現象とは？	36
9-1 クォーク3世代混合現象	
9-2 ニュートリノ振動現象	
CP破れの位相角に伴う係数 C_θ に関する一考察	
第10章 ハドロンの重い質量の起源は？	42
10-1 軽いクォーク(u, d, s)とハドロンの質量値	
10-2 「質量チャージ」を用いたハドロ質量値の特定	
第11章 重力場の量子効果とは？（第7章の続き）	47
11-1 「質量素荷」の構成要素“ π ”の起源は？	
11-2 2つの接続のゲージ位相差“ π ”	
11-3 質量項の無いディラック場（質量項の起源）	
11-4 「質量素荷（チャージ）」と電荷との類似性と相異	
第II部 時空の対称性と物理法則	
第1章 4次元時空間の対称性と運動方程式	54
1-1 相対性原理とローレンツ群の生成演算子	
1-2 ローレンツ不変量とヘリシティ	
1-3 エネルギー運動量保存と波動方程式	

第2章 重力場の古典論	71
2-1 光線と自由粒子の運動方程式	
2-2 弱い重力場と場の古典論	
2-3 重力場の古典論 (アインシュタイン方程式)	
2-4 重力ゲージ場とディラック場の結合	
第3章 電磁相互作用と局所対称性	87
3-1 電磁場の Maxwell 方程式	
3-2 電磁相互作用とゲージ対称性	
3-3 局所変換群 $U(N)$ の生成子と保存電荷	
第4章 弱い相互作用と強い相互作用	95
4-1 電磁 (可換) ゲージ場と非可換ゲージ場	
4-2 電弱 (EW) 理論と Higgs 機構	
4-3 クォーク模型とハドロンの構成	
4-4 QCD とカラー対称性 (クォークの閉じ込め)	
第5章 素粒子の生成とスピノール表現	108
5-1 4次元ローレンツ群とスピノール対称性	
5-2 真空の定義とスカラー場 (Higgs) の生成	
5-3 3世代物質粒子 (クォーク, レプトン) の生成	
5-4 ベクトルボソン(光子, W ボソン, グルーオン)の生成	
5-5 計量場の生成	
第6章 計量場の量子化とくりこみ可能性	124
6-1 アインシュタイン重力場の量子化問題	
6-2 計量場の正準量子化	
6-3 古典近似によるアインシュタイン重力場の導出	
6-4 量子計量場のくりこみ可能性	
6-5 結合定数 (重力定数) の由来	

第7章 量子計量場とディラック場の相互作用	143
7-1 BRS変換による計量場の量子化	
7-2 スピン接続とアフィン接続のゲージ位相差	
7-3 ディラック場の質量項と重力相互作用との関係	
7-4 質量項の結合定数と「質量素荷 (チャージ)」	
第8章 3世代物質粒子 (クォーク, レプトン) の質量	157
8-1 3世代物質2重項の質量表現	
8-2 3世代物質2重項の質量チャージの構成	
8-3 質量データベースとの比較	
8-4 結合定数の特定	
第9章 クォーク, ニュートリノ3世代混合と混合角	176
9-1 「質量チャージ」を用いた3世代混合行列の表現	
9-2 クォーク3世代混合と混合角	
9-3 ニュートリノ振動と混合角の特定	
第10章 ハドロン質量の特定	186
10-1 π, K 中間子の質量表現と質量の特定	
10-2 核子, Λ 粒子の質量表現と質量の特定	
10-3 各バリオン ($\Lambda, \Sigma, \Xi, \Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$) の質量	
参考文献	197
付録A テンソル解析と接続	199
付録B 重力ゲージ理論	210
付録C スピノール代数と超対称代数	212
付録D 真空エネルギー密度	217
付録E 第3世代物質場のスピノール表現	219
付録F クォーク3世代混合行列のデータベース	222