

重力ゲージ場の量子論

— 重力場の量子化の意味 —

河野 誠公 著

はしがき

一般相対性理論の要請に基づき導かれるアインシュタイン重力場、あるいは、アインシュタイン方程式は、膨張宇宙論の基礎方程式となっている一方で、その量子化が困難であることが知られ、素粒子論のゲージ理論として標準理論の枠組みに組み入れることができない。その標準理論では、素粒子が本質的に保有すると考えられてきた質量が、対称性の自発的破れに伴い2次的に得られた量として説明される。(Higgs 機構)ところが、物質基本粒子(クォーク, レプトン)の場を記述するディラック場では、それらの質量は与えられたものとして表現され、運動量項(ゲージ項)と質量項とでそのラグランジアン密度は与えられる。

他方、先に執筆した「標準モデルを超える新たな素粒子論」^{6), 7)}、「新たな量子重力理論と質量素荷」¹¹⁾や「素粒子の統一理論」^{22), 23)}など^{8), 9)}の議論により、多次元(D=10次元)スピノール表現を用いて生成したスピン接続とアフィン接続とで構成される量子重力ゲージ場では、物質2重項場との相互作用により、3世代クォーク, レプトンの各質量を特定する新たな量子数「質量素荷(チャージ)」が現れることを見出したが、その「質量素荷」が質量項の結合定数としてなぜ現れるのか? 物質場と直接相互作用するスピン接続は、SU(2)局所ローレンツ変換による作用であるのに対し、重力相互作用は全ての有質量物質間に働くU(1)変換と考えられ、これらが物質場と重力ゲージ場との相互作用において両立するメカニズムは何か? アインシュタイン重力場を構成するアフィン接続の物質場の質量項における役割の定式化が課題として残されていた。

本書では、重力ゲージ場の古典論において展開される局所ローレンツ座標から一般座標への変換を担う多脚場の特性に着目し、重力ゲージ場の量子論への応用を試みる。まず、重力ゲージ場(スピン接続)と相互作用するディラック場において、質量項の無いラグランジアン密度を出発点に置く。その相互作用項(ゲージ項)を4脚場の作用により局所ローレンツ座標から一般座標へ変換することにより、スピン接続からアフィン接続へ変換する。すると、そのゲージ項が質量項に対応付けられ、2次的にディラ

ック場の質量項が得られる可能性を論じる。この変換の過程で、新たな量子数となる「質量素荷」が2次的に得られた質量項の結合定数として現れることを論じる。

本書は2部構成とした。第I部の重力ゲージ場の古典論では、文献(2)など^{(1),(3)}を参考に場の古典論の立場からゲージ場(ゲージ理論)を復習する。第1章では、相対性原理とローレンツ変換を復習し、相対論的な重力場を復習する。第2章では、電磁ゲージ場と非可換ゲージ場の古典論とそれらのオイラー・ラグランジュ方程式である運動方程式を確認する。第3章では、重力場の古典論であるアインシュタイン方程式の導出を復習し、重力ゲージ場と結合したディラック場のゲージ不変なラグランジアン密度が導かれる。ここでは、局所ローレンツ座標から一般座標への変換を行う多脚場(4脚場)が重要な役割を担う。

第II部では、先に執筆した「標準モデルを超える新たな素粒子論」^{6,7}、「素粒子の対称性と物理法則」⁸、「新たな量子重力理論と質量素荷」¹¹など^{9,18}を元に重力ゲージ場の量子論を展開する。まず、第4章では、 $n+1$ 個のヘリシティの組合せで表現される $D=2(n+1)$ 次元スピン空間の構造をもつ宇宙全ての素となる真空を考え、その真空に超対称性生成子を作用させることにより既知の全ての素粒子が生成される。具体的に $n=0, 2, 4$ において、それぞれスカラー場、ベクトル場と計量場が、 $n=1, 3, 5(4)$ において、第1, 2, 3世代のクォーク、レプトンが4次元ローレンツ群の枠組の下でそれぞれ構成できることを示す。第5章では、先ずアインシュタイン重力場では量子化が困難であることを確認し、4・5節で構成した2つの接続、スピン接続とアフィン接続とから構成される計量場に対し演算子法による量子化を行う。この量子計量場のラグランジアン密度は、2つの接続ゲージ場のラグランジアン密度の和で与えられるため、そのFeynman図では計量テンソルの微分項を直接扱う必要がなく、くりこみ可能な有効場理論と同様な扱いが可能となる。第6章では、この計量場に対し経路積分法による量子化であるBRS変換を行う。すると、2つの接続ゲージ場のゲージ位相の関係式が導かれる。6・3節では、第3章で復習した重力ゲージ場と結合したディラック場の古典論を踏まえ、重力ゲージ場(スピン接続)と相互作用するディラック2重項場のラグランジアン密度として質量項の無いラグランジアン密度を出発点に置き、スピン接続との相互作用項(ゲージ項)に対して、4脚場による局所ローレンツ座標から一般座標への変

換を考える。すると、ゲージ項がスピン接続からアフィン接続へ変換され、そのゲージ項の真空期待値が質量項に対応付けられ、従い2次的に質量項が現れることを導く。この質量項はディラック 2 重項場と真空であるスカラー場 (Higgs) との結合項となっているので、その結合定数として、SU(2) 局所ローレンツ変換の生成子と 6・2 節で得られたスピン接続とアフィン接続のゲージ位相差との合成により、物質基本粒子 3 世代の質量の階層構造を与える新たな量子数「質量素荷 (チャージ)」が現れることを示す。第 7 章では、この「質量素荷」を用いて 3 世代のクォークとレプトン 2 重項の質量表現を導き、各質量が特定できることを見る。第 8 章ではクォーク 3 世代混合とニュートリノ振動現象へ適用する。それぞれの世代混合は、3 世代の各クォークまたはニュートリノがそれぞれ保有する「質量素荷」を交換する現象として統一的に説明が可能であり、それぞれの混合角が質量素荷を用いて定義された交換確率振幅により特定できることを示す。更に第 9 章では、クォークの複合粒子であるハドロンに適用する。 π , K 中間子と核子, Λ 粒子を構成する (u, d, s) クォークが保有する「質量チャージ」を用いてそれぞれの質量表現を導き、各ハドロンの質量が高い精度で特定できることを示す。軽いクォーク (u, d, s) の質量に対し、ハドロンの大きな質量の謎が解き明かされる。

2022 年 12 月

河野 誠公

目 次

第 I 部 重力ゲージ場の古典論

第 1 章 相対論的な重力場 1

1-1 相対性原理とローレンツ変換

1-2 光線と自由粒子の運動方程式

1-3 弱い重力場

第 2 章 場の古典論とゲージ場 13

2-1 場の古典論

2-2 電磁ゲージ場、非可換ゲージ場

2-3 ゲージ場の運動方程式

第 3 章 重力ゲージ場とディラック場の結合 18

3-1 重力場の古典論 (アインシュタイン方程式)

3-2 重力ゲージ場とディラック場の結合

付録 A テンソル解析と接続 27

A-1 共変微分とアフィン接続

A-2 曲率、計量テンソルとアフィン接続

A-3 多脚場とスピン接続

付録 B 重力ゲージ理論 38

第 II 部 重力ゲージ場の量子論

第 4 章 素粒子の生成とスピノール表現 40

4-1 4次元ローレンツ群とスピノール対称性

4-2 真空の定義とスカラー場 (Higgs) の生成

4-3 3世代物質粒子 (クォーク, レプトン) の生成

4-4 ベクトルボソン(光子, W ボソン, グルーオン)の生成

4-5 計量場の生成

第5章 計量場の量子化とくりこみ可能性	56
5-1 アインシュタイン重力場の量子化問題	
5-2 計量場の正準量子化	
5-3 古典近似によるアインシュタイン重力場の導出	
5-4 量子計量場のくりこみ可能性	
5-5 結合定数 (重力定数) の由来	
第6章 量子計量場とディラック場の相互作用	83
6-1 BRS 変換による計量場の量子化	
6-2 スピン接続とアフィン接続のゲージ位相差	
6-3 ディラック場の質量項と重力場との相互作用	
6-4 質量項の結合定数と質量素荷 (チャージ)	
第7章 3世代物質粒子 (クォーク, レプトン) の質量	104
7-1 3世代物質2重項の質量表現	
7-2 3世代物質2重項の質量チャージの構成	
7-3 質量データベースとの比較	
7-4 結合定数の特定	
第8章 クォーク, ニュートリノ3世代混合と混合角	123
8-1 質量チャージを用いた3世代混合行列の表現	
8-2 クォーク3世代混合と混合角	
8-3 ニュートリノ振動と混合角の特定	
第9章 ハドロン質量の特定	133
9-1 π, K 中間子の質量表現と質量の特定	
9-2 核子, Λ 粒子の質量表現と質量の特定	
9-3 各バリオン ($\Lambda, \Sigma, \Xi, \Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$) の質量	
参考文献	144

付録 C	スピノール代数と超対称代数	146
付録 D	真空エネルギー密度	151
付録 E	第 3 世代物質場のスピノール表現	153
付録 F	クォーク 3 世代混合行列のデータベース	156